

1. Risolvere il seguente problema di programmazione lineare per via grafica

$$\begin{array}{ll} \min \varphi = & 2x_1 + 3x_2 \\ \text{s.a} & 3x_1 + x_2 \geq 13 \\ & x_1 + 1,5x_2 \leq 15 \\ & 2x_1 + x_2 \leq 16 \\ & x_1 - 3x_2 \leq 0 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$

<p><b>Soluzione ottima</b> <math>x_1 = \frac{39}{10}</math>, <math>x_2 = \frac{13}{10}</math>, <math>\varphi = \frac{117}{10}</math></p>
--

2. Risolvere il seguente problema di programmazione lineare con l'algoritmo del simplesso

$$\begin{array}{ll} \max \omega = & 5x_1 + 3x_2 \\ \text{s.a} & 0,3x_1 + 0,5x_2 \leq 15 \\ & 0,5x_1 + 0,3x_2 \leq 15 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$

<b>Soluzione ottima</b>	$x_1 = 30$ , $x_2 = 0$ , $s_1 = 6$ , $s_2 = 0$ $\varphi = -150 \Rightarrow \omega = 150$ ,
<b>Soluzione ottima alternativa</b>	$x_1 = \frac{75}{4}$ , $x_2 = \frac{75}{4}$ , $s_1 = 0$ , $s_2 = 0$

3. Risolvere il seguente problema di programmazione lineare con l'algoritmo del simplesso

$$\begin{array}{ll} \max \omega = & 2x_1 + x_2 \\ \text{s.a} & -3x_1 + x_2 \geq 2 \\ & x_1 - 2x_2 \geq 0 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$

L'algoritmo del simplesso termina alla fase 1, non è possibile "annullare" $\psi$ la r.a. risulta vuota
---

4. Si consideri il seguente problema di programmazione lineare

$$\begin{array}{ll} \max \omega = & x_1 + 4x_2 \\ \text{s.a} & x_1 + 6x_2 \leq 9 \\ & 5x_1 + 3x_2 \leq 12 \\ & x_1 \leq 2 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$

(a) Se ne disegni la regione ammissibile

(b) Si determini graficamente la soluzione ottima identificando le variabili di base e non di base  
Quale delle matrici

(a)  $B^{-1} = \begin{bmatrix} -1/9 & 5/27 & -1/9 \\ 2/9 & -1/27 & 2/9 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

(b)  $B^{-1} = \begin{bmatrix} -1/9 & 2/9 & 0 \\ 5/27 & -1/27 & 0 \\ 1/9 & -2/9 & 1 \end{bmatrix}$

(c)  $B^{-1} = \begin{bmatrix} -1/9 & -2/9 & 0 \\ -5/27 & -1/27 & 0 \\ -1/9 & -2/9 & 1 \end{bmatrix}$

*è l'inversa della base ottima? Si scriva il tableau ottimale utilizzando la conoscenza dell'inversa della base ottima.*

*(c) come cambierebbe la soluzione ottima se il termine noto del primo vincolo diventasse 15?*

*(d) come cambierebbe la soluzione ottima se il termine noto del terzo vincolo diventasse 5?*

**La soluzione ottima** determinata con il metodo grafico è  $x_1 = \frac{5}{3}$ ,  $x_2 = \frac{11}{9}$ ,  $\varphi = -\frac{59}{9} \Rightarrow \omega = \frac{59}{9}$

**Le variabili di base** sono  $x_1, x_2, s_3$ .

**L'inversa della base ottima** è la (b)

Se il termine noto del primo vincolo diventasse 15, si conserva l'ammissibilità della soluzione ottima.

Risulterebbe  $\delta = 6$  (intervallo di stabilità  $-3 \leq \delta \leq 15$ ) e  $\tilde{x}_B = \begin{pmatrix} 1 \\ 7 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$  e varierebbe anche il valore della f.o.

Se il termine noto del terzo vincolo diventasse 5, si conserva l'ammissibilità della soluzione ottima.

Risulterebbe  $\delta = 3$  (intervallo di stabilità  $\delta \geq -\frac{1}{3}$ ) e  $\tilde{x}_B = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 11 \\ 9 \\ 10 \\ 3 \end{pmatrix}$  e non varierebbe anche il valore della f.o.

Fila A

1. Risolvere il seguente problema di programmazione lineare per via grafica

$$\begin{aligned} \max \quad & \omega = 5x_1 + 2x_2 \\ \text{s.a} \quad & 2x_1 - x_2 \leq 4 \\ & x_1 + 4x_2 \leq 12 \\ & -x_1 + x_2 \leq 1 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

Soluzione ottima  $x_1 = \frac{28}{9}$ ,  $x_2 = \frac{20}{9}$   $\omega = 20$

2. Risolvere il seguente problema di programmazione lineare con l'algoritmo del simplesso

$$\begin{aligned} \min \quad & \varphi = 3x_1 + 8x_2 + 5x_3 \\ \text{s.a} \quad & \phantom{3x_1 +} + 3x_2 + 4x_3 \geq 70 \\ & 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 \geq 70 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

Soluzione ottima  $x_1 = \frac{35}{2}$ ,  $x_2 = 0$ ,  $x_3 = \frac{35}{3}$ ,  $s_1 = 0$ ,  $s_2 = 0$ ,  $\varphi = \frac{245}{2}$

3. Si consideri il seguente problema di programmazione lineare

$$\begin{aligned} \min \quad & \varphi = -x_1 - x_2 \\ \text{s.a} \quad & -x_1 + x_2 \leq 2 \\ & x_1 + 1,5x_2 \leq 8 \\ & x_1 + 0,75x_2 \leq 5 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

- (a) Se ne disegni la regione ammissibile  
 (b) Si determini graficamente la soluzione ottima identificando le variabili di base e non di base  
 Quale delle matrici

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad & B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & 4/3 & 4/3 \\ 1 & -7/3 & 10/3 \end{bmatrix} \\ \text{(b)} \quad & B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 0 & 4/3 & -4/3 \\ 1 & 7/3 & -10/3 \end{bmatrix} \\ \text{(c)} \quad & B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 0 & 4/3 & -4/3 \\ 1 & -7/3 & 10/3 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

è l'inversa della base ottima? Si scriva il tableau ottimale utilizzando la conoscenza dell'inversa della base ottima.

- (c) come cambierebbe la soluzione ottima se il termine noto del primo vincolo diventasse 10?  
 (d) come cambierebbe la soluzione ottima se il termine noto del secondo vincolo diventasse 2?

**La soluzione ottima** determinata con il metodo grafico è  $x_1 = 2$ ,  $x_2 = 4$ ,  $\varphi = -6$

**Le variabili di base** sono  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $s_1$ .

**L'inversa della base ottima** è la (c)

Se il termine noto del primo vincolo diventasse 10, si conserva l'ammissibilità della soluzione ottima.

Risulterebbe  $\delta = 8$  (intervallo di stabilità  $\delta \geq 0$ ) e  $\tilde{x}_B = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 8 \end{pmatrix}$  e non varierebbe il valore della f.o.

Se il termine noto del secondo vincolo diventasse 2, **non** si conserva l'ammissibilità della soluzione ottima.

Risulterebbe  $\delta = -6$  (intervallo di stabilità  $-3 \leq \delta \leq 0$ ) e  $\tilde{x}_B = \begin{pmatrix} 8 \\ -4 \\ 14 \end{pmatrix}$

## RICERCA OPERATIVA

Prima prova intermedia di verifica – Anno accademico 2003/04  
26 Novembre 2003

**Fila B**

1. Risolvere il seguente problema di programmazione lineare per via grafica

$$\begin{array}{ll} \max \omega = & x_1 + 9x_2 \\ \text{s.a} & 2x_1 + x_2 \leq 100 \\ & x_1 + x_2 \leq 80 \\ & x_1 \leq 40 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$

(Si consiglia di definire su entrambi gli assi un quadratino uguale 10u)

**Soluzione ottima**  $x_1 = 0, x_2 = 80, \omega = 720$

2. Risolvere il seguente problema di programmazione lineare con l'algoritmo del simplesso

$$\begin{array}{ll} \max \omega = & 2x_1 + 3x_2 + x_3 \\ \text{s.a} & x_1 + 4x_2 + 2x_3 \geq 8 \\ & 3x_1 + 2x_2 \geq 6 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{array}$$

L'algoritmo del simplesso termina alla fase2, ma non consente di giungere ad una soluzione in quanto la r.a. risulta illimitata e tale anche la f.o.

3. Si consideri il seguente problema di programmazione lineare

$$\begin{array}{ll} \max \omega = & 5x_1 + x_2 \\ \text{s.a} & -x_1 + 2x_2 \leq 4 \\ & x_1 - x_2 \leq 1 \\ & 4x_1 + x_2 \leq 12 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$

- (a) Se ne disegni la regione ammissibile  
(b) Si determini graficamente la soluzione ottima identificando le variabili di base e non di base  
Quale delle matrici

(d)  $B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 1/2 & -1/5 \\ 0 & -2/5 & 1/5 \\ 1 & 9/5 & -1/5 \end{bmatrix}$

(e)  $B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 1/5 & 1/5 \\ 0 & -2/5 & 1/5 \\ 1 & 9/5 & -1/5 \end{bmatrix}$

(f)  $B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 1/5 & 1/5 \\ 0 & -4/5 & 1/5 \\ 1 & 9/5 & -1/5 \end{bmatrix}$

è l'inversa della base ottima? Si scriva il tableau ottimale utilizzando la conoscenza dell'inversa della base ottima.

- (c) come cambierebbe la soluzione ottima se il termine noto del primo vincolo diventasse 10?  
(d) come cambierebbe la soluzione ottima se il termine noto del terzo vincolo diventasse 2?

**La soluzione ottima** determinata con il metodo grafico è  $x_1 = \frac{13}{5}$ ,  $x_2 = \frac{8}{5}$ ,  $\varphi = -\frac{73}{5}$  ( $\omega = \frac{73}{5}$ )

**Le variabili di base** sono  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $s_1$ .

**L'inversa della base ottima** è la (c)

Se il termine noto del primo vincolo diventasse 10, si conserva l'ammissibilità della soluzione ottima.

Risulterebbe  $\delta = 6$  (intervallo di stabilità  $\delta \geq -\frac{17}{5}$ ) e  $\tilde{x}_B = \begin{pmatrix} \frac{13}{5} \\ \frac{8}{5} \\ \frac{47}{5} \end{pmatrix}$  e non varierebbe il valore della f.o.

Se il termine noto del terzo vincolo diventasse 2, **non** si conserva l'ammissibilità della soluzione ottima.

Risulterebbe  $\delta = -10$  (intervallo di stabilità  $-8 \leq \delta \leq 17$ ) e  $\tilde{x}_B = \begin{pmatrix} \frac{3}{5} \\ \frac{2}{5} \\ \frac{27}{5} \end{pmatrix}$