ALGORITMO DEL SIMPLESSO (a)

ESEMPIO 1

Risolvere il seguente problema:

$$
\begin{array}{ll}
\min \Phi & = - x_1 - x_2 \\
\text{s.a.} & - x_1 + x_2 \leq 1 \\
 & x_1 - 6x_2 \leq 1 \\
 & 2x_1 + x_2 \leq 15 \\
 & x_1 , x_2 \geq 0
\end{array}
$$

Il problema riformulato con le variabili di scarto s_1, s_2, s_3 è :

$$
\begin{array}{lllllll}
\min & \Phi + x_1 + x_2 = 0 & & & & & \\
\text{s.a.} & - x_1 & + x_2 & + s_1 & & & = 1 \\
 & x_1 & - 6x_2 & & + s_2 & & = 1 \\
 & 2x_1 & + x_2 & & & + s_3 & =15 \\
 & x_1, x_2, s_1, s_2, s_3 \geq 0 & & & & &
\end{array}
$$

trattandosi di un problema con vincoli funzionali di solo ≤ (come in un problema di pianificazione della produzione) una soluzione di **base iniziale** è il punto di coordinate (0, 0, 1, 1, 15), cioè l'origine del piano x_1 x_2.

Il Tableau T dei dati (iniziali) del problema, è una matrice così costituita

$$
\begin{array}{lc}
 & \begin{array}{cccc} \multicolumn{2}{c}{\mathbf{F}} & \varphi & \begin{array}{c}\text{colonna}\\ \textbf{term noti}\end{array} \end{array} \\
\mathbf{T} = & \left[\begin{array}{cccc} \mathbf{A} & \mathbf{I} & \underline{\mathbf{0}} & \underline{\mathbf{b}} \\ & & & \\ -\mathbf{c}^T & \underline{\mathbf{0}}^T & \mathbf{1} & \gamma \end{array}\right] \\
\text{Riga funz. Obiet.} &
\end{array}
$$

nel caso in esame

$$
\begin{array}{lc}
 & \begin{array}{ccccccc} x_1 & x_2 & s_1 & s_2 & s_3 & & \text{t.noti} \end{array} \\
\mathbf{T} = & \left[\begin{array}{cccccc|c} -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -6 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 15 \\ \hline 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array}\right] \\
\textbf{f.ob.} & \varphi\ x_1 + x_2 + \varphi = 0
\end{array}
$$

$\underline{x} = (x_1,x_2, s_1 ,s_2 ,s_3)$,
$-\underline{c}^T = (1,1, 0,0,0)$,
$\underline{b} = (1,1,15)$

La base iniziale corrispondente alla soluzione di base $x^0 = (0, 0, 1, 1, 15)$ è data dalla seguente sottomatrice di F

$$
\begin{array}{cc}
 & \begin{array}{ccc} s_1 & s_2 & s_3 \end{array} \\
\mathbf{B}^0 & \left[\begin{array}{ccc} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{array}\right]
\end{array}
$$

Le variabili scarto s_1, s_2, s_3 sono variabili di base, mentre le variabili strutturali x_1 e x_2 non sono di base.

Applicando la regola del pivot è possibile generare, combinando le righe, una nuova colonna avente le caratteristiche di una colonna di base (tutti 0 ed un solo 1), *ricordando che tutto ciò è possibile se tutte le righe sono l.i., per cui ogni riga è sostituibile con un multiplo di se stessa più una combinazione lineare delle altre.*

La scelta dell'elemento pivot nella colonna considerata x_1 si effettua determinando tutti i rapporti tra gli elementi della colonna dei termini noti ed i corrispondenti elementi della colonna x_1 (che entra in base). L'elemento della colonna x_1 che determinerà il minimo di tali rapporti, comunque positivo, costituirà l'elemento pivot.
Nel caso specifico il generico l'elemento pivot è 1 della seconda riga che pertanto nell'operazione di pivot resterà immutato.

Il tableau sarà aggiornato ed i suoi elementi si determineranno nel modo seguente:

$$\overline{r_i} = r_i - t_{ik}\overline{r_j},$$

$$\overline{r_j} = \frac{r_j}{t_{jk}} \qquad\qquad \mathbf{i \neq j}$$

con t_{ik} elemento della riga i del pivot.
La seconda riga, che è la riga di appartenenza dell'elemento pivot, rimarrà immutata in quanto ottenuta dividendo la riga iniziale per 1

$\overline{r_2} = r_2$

$$\overline{r_1} = r_1 + \overline{r_2} \qquad \begin{array}{rrrrrrr} -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -6 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ \hline \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \end{array}$$

$$\overline{r_3} = r_3 - 2\overline{r_2} \qquad \begin{array}{rrrrrrr} 2 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 15 \\ -2 & 12 & 0 & -2 & 0 & 0 & -2 \\ \hline \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \end{array}$$

$$\overline{r_0} = r_0 - \overline{r_2} \qquad \begin{array}{rrrrrrr} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 6 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ \hline \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \end{array}$$

la funzione obiettivo diventa: $\varphi = -1 - 7x_2 + s_2$ e var. di base (s_1, x_1, s_3)

La funzione obiettivo espressa in termini dei dati iniziali era

$$\varphi = \underline{c}^T \underline{x}_M + \gamma,$$

ora è

$$\varphi = \overline{\varphi} - \underline{r}_N^T \underline{x}_N$$

$\overline{\varphi} = -1$, $\underline{r}_N^T = (7,-1)$ coefficienti di costo relativo e $x_N = \begin{pmatrix} x_2 \\ s_2 \end{pmatrix}$

Il nuovo Tableau è:

$$T_1 = \begin{array}{r|ccccccc|c|} & x_1 & x_2 & s_1 & s_2 & s_3 & & \text{t. noti} \\ \hline & 0 & -5 & & 1 & 0 & 0 & \\ & & & & & & 0 & \\ & 0 & & & -2 & 1 & 0 & \\ \hline \text{f.ob.} & & 7 & & -1 & 0 & 1 & -1 \end{array}$$

La soluzione di base così determinata non è quella ottimale, giacchè il valore di un coefficiente di costo relativo è ancora positivo.
Questo significa che la soluzione di base corrente non è ottimale e che la v.n.b. x_2 è candidata ad entrare in base, dal momento che il relativo coefficiente di costo relativo è strettamente positivo.

L'elemento pivot è 13 e quindi trasformando si ha:

$$\overline{r_3} = \frac{1}{13} r_3 \qquad 0 \quad 1 \quad 0 \quad -\frac{2}{13} \quad \frac{1}{13} \quad 0 \quad 1$$

$$\begin{array}{l} 0 \quad -5 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 2 \\ 0 \quad 5 \quad 0 \quad -\frac{10}{13} \quad \frac{5}{13} \quad 0 \quad 5 \\ \hline \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{array} \qquad \overline{r_1} = r_1 + 5\overline{r_3}$$

$$\begin{array}{l} 1 \quad -6 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \hline 1 \quad 0 \quad 0 \quad \frac{1}{13} \quad \frac{6}{13} \quad 0 \quad 7 \end{array} \qquad \overline{r_2} = r_2 + \ldots\overline{r_3}$$

$$\begin{array}{l} 0 \quad 7 \quad 0 \quad -1 \quad 0 \quad 1 \quad -1 \\ 0 \quad \ldots\ldots \quad 0 \quad \frac{14}{13} \quad -\frac{\ldots}{13} \quad 0 \quad -\ldots \\ \hline 0 \quad 0 \quad 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{array} \qquad \overline{r_0} = r_0 - \ldots\overline{r_3}$$

la funzione obiettivo diventa: $\varphi = -8 - \frac{1}{13}s_2 + \frac{7}{13}s_3$ e var. di base (s_1,x_1, x_2)

Il nuovo tableau diventa:

$$T_2 = \begin{array}{r|cccccc|c|} & x_1 & x_2 & s_1 & s_2 & s_3 & & \text{t. noti} \\ \hline & 0 & 0 & 1 & 3/13 & 5/13 & 0 & 7 \\ & 1 & 0 & 0 & \ldots.. & \ldots.. & 0 & 7 \\ & 0 & 1 & 0 & \ldots... & \ldots.. & 0 & 1 \\ \hline \text{f.ob.} & 0 & 0 & 0 & 1/13 & -\ldots.. & 1 & -8 \end{array}$$

La soluzione di base così determinata non è ancora quella ottimale, la v.n.b. s_2 è candidata ad entrare in base, dal momento che il relativo coefficiente di costo relativo è strettamente positivo.

L'elemento pivot è 3/13 perché è il minimo rapporto tra gli elementi della ultima colonna del tableau ed i corrispondenti della colonna s_2, quindi trasformando si ha:

$$\overline{r_1} = \frac{13}{3} r_1 \qquad \begin{array}{ccccccc} 0 & 0 & \frac{13}{3} & 1 & \frac{5}{3} & 0 & \frac{91}{3} \end{array}$$

$$\overline{r_2} = r_2 - \frac{1}{13}\overline{r_1} \qquad \begin{array}{ccccccc} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{13} & \frac{6}{13} & 0 & 7 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{13} & -\frac{5}{39} & 0 & -\frac{7}{3} \\ \hline \multicolumn{7}{l}{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots} \end{array}$$

$$\overline{r_3} = r_3 + \frac{2}{13}\overline{r_1} \qquad \begin{array}{ccccccc} 0 & 1 & 0 & -\frac{2}{13} & \frac{1}{13} & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{2}{3} & \frac{2}{13} & \frac{10}{39} & 0 & \frac{14}{3} \\ \hline \multicolumn{7}{l}{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots} \end{array}$$

$$\overline{r_0} = r_0 - \ldots\ldots\overline{r_1} \qquad \begin{array}{ccccccc} 0 & 0 & 0 & \frac{1}{13} & -\frac{7}{13} & 1 & -8 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{13} & -\frac{5}{39} & 0 & -\frac{7}{3} \\ \hline \multicolumn{7}{l}{0\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots} \end{array}$$

la funzione obiettivo diventa: $\varphi = -\frac{31}{3} + \frac{1}{3}s_1 + \frac{2}{3}s_3$ e var.di base ottimale (s_2,x_1, x_2)

Il Tableau diventa:

	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3		**t. noti**
	0	**0**	**13/3**	**1**		**0**	
T_3 =	**1**	**0**		**0**		**0**	
	0	**1**		**0**	**1/3**	**0**	
f.ob.	**0**	**0**	**-1/3**	**0**	**- 2/3**	**1**	**-31/3**

I coefficienti di costo relativo sono tutti negativi pertanto siamo giunti alla soluzione ottima che è ……..

ESEMPIO 2
Un piccolo mobilificio costruisce tavoli e sedie .
Occorrono 2 ore per costruire un tavolo e 30 m per costruire una sedia.
L'assemblaggio viene fatto da 4 operai, ognuno dei quali lavora 8 ore al giorno.
I clienti acquistano **al massimo** 4 sedie per tavolo, ciò significa che l'azienda **deve produrre al massimo 4 sedie per tavolo**.

I prezzi sono 135€ per tavolo e 50€ per sedia, determinare la produzione giornaliera ottimale di tavoli e sedie, affinché si realizzi il massimo profitto.

MODELLO MATEMATICO

Variabili decisionali x_1 n° di tavoli da produrre
x_2 n° di sedie da produrre

f.o. $\omega = 135x_1 + 50x_2$
s.a. Espressione di x_2 in termini di x_1
I. $2x_1 + 1/2\, x_2 \leq 32$ $x_2 \leq 64 - 4x_1$
II. $4x_1 \geq x_2$ $x_2 \leq 4x_1$
III. $x_1\ x_2 \geq 0$ vincoli di non negatività

f.o. $\omega = 135\, x_1 + 50\, x_2$
s.a.
$2x_1 + 1/2\, x_2 \leq 32$ $x_2 \leq -4x_1 + 64$
$4x_1 \geq x_2$ $4x_1 - x_2 \geq 0$ $x_2 \leq 4x_1$
$x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0$

Volendo risolvere lo stesso problema con l'algoritmo del simplesso riscriviamo il modello, inserendo le variabili scarto e modificando la f. o. (esprimendo l'obiettivo in termini di minimo)

$$\begin{aligned} 2x_1 + 1/2\, x_2 + s_1 &= 32 \\ -4x_1 + x_2 + s_2 &= 0 \\ x_1, x_2, s_1, s_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

poiché il modello "tipo" di algoritmo del simplesso prevede la risoluzione di problemi di minimizzazione e per simmetria max z = min –z, allora studieremo la funzione

$$\begin{aligned} \varphi &= -135\, x_1 - 50\, x_2 \\ 2x_1 + 1/2\, x_2 + s_1 &= 32 \\ -4x_1 + x_2 + s_2 &= 0 \end{aligned}$$

Il tableau relativo al problema sarà :

$$\begin{array}{c|cccccc|c|} & x_1 & x_2 & s_1 & s_2 & \varphi & & \\ r_1 & 2 & 1/2 & 1 & 0 & 0 & 32 & \\ r_2 & -4 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & \\ \hline r_0 & 135 & 50 & 0 & 0 & 1 & 0 & \end{array}$$

La base iniziale corrispondente alla soluzione di base $x^0 = (0, 0, 32, 0)$ è data dalla seguente sottomatrice

$$B^0 = \begin{array}{cc} s_1 & s_2 \\ \hline \end{array}$$

	s_1	s_2
B^0	**1**	**0**
	0	**1**

Le variabili scarto s_1, s_2, sono variabili di base, mentre le variabili decisionali x_1 e x_2 non sono di base.

Si ha quindi $\quad -c_B^0 = (0,0) \qquad -c_N^0 = (135, 50)$.

Il valore della f.o. nella base corrente è nullo, il valore dei coefficienti di costo relativo è dato da r_0 = (135,50,0,0,0). La soluzione di base corrente non è ottimale entrambe le v.n.b. x_1 e x_2 sono candidate ad entrare in base, dal momento che i rispettivi coefficienti di costo relativo sono entrambi positivi.

Selezioniamo la variabile x_1 per l'introduzione nella base: dobbiamo applicare la generica iterazione dell'algoritmo del simplesso.

L'elemento pivot nella colonna considerata x_1 è il 2 appartenente alla 1^ riga.

Modificando le righe si ha:

$\overline{r_1} = \frac{1}{2} r_1$	1	1/4	1/2	0	0	16
$\overline{r_2} = r_2 + 4\overline{r_1}$	-4	1		1	0	0
		1	2		0	64
	0	2	2	1	0	
$\overline{r_0} = r_0 - 135\overline{r_1}$		50	0	0	1	0
	-135	-135/4	-	0	0	-
	0		-135/2	0	1	-2160

La funzione obiettivo diventa: $\varphi = -2160 - 65/4 x_2 + 135/2 s_1$ e var. di base (x_1, s_1)

Il tableau sarà :

	x_1	x_2	s_1	s_2	φ	
r_1		1/4	1/2		0	
r_2	0			1	0	
r_0	0	65/4	-135/2	0	1	-2160

La soluzione di base così determinata non è ancora quella ottimale, giacchè il valore di un coefficiente di costo relativo è ancora positivo, la v.n.b. x_2 è candidata ad entrare in base, dal momento che il relativo coefficiente di costo relativo è strettamente positivo.

L'elemento pivot nella colonna considerata x_2 è il 2 appartenente alla 2^ riga.

Modificando le righe si ha:

$\overline{r_2} = \frac{1}{2} r_2$	0	1	1	1/2	0	32

$\overline{r_1} = r_1 - 1/4\overline{r_2}$	1		1/2		0	16
	0		-1/4		0	-8
	1		-1/4		0	8

$\overline{r_0} = r_0 - 65/4\overline{r_2}$	0	65/4		0	1
	0	-65/4		-65/8	0
	0	0		-65/8	1

La funzione obiettivo diventa: $\varphi = -2680 + 335/4 s_1 + 65/2 s_2$ e var. di base (x_1, x_2)

Il tableau sarà :

	x_1	x_2	s_1	s_2	φ	
r_1			1/4		0	8
r_2			1		0	
r_0	0	0	-335/4	-65/8	1	-2680

Il valore così ottenuto della f.o. φ è minimo risultando tutti i coefficienti di costo ridotto negativi. Quindi se la φ risulta minima la ω è massima ed è

$$\omega = 2680$$

ESEMPIO 3

Risolvere il seguente problema:

$$\begin{aligned} \text{Max } \omega &= 40\, x_1 + 50\, x_2 + 100 \\ \text{s.a.} \quad & 2x_1 + x_2 \le 12 \\ & -4x_1 + 5\, x_2 \le 20 \\ & x_1 + 3x_2 \le 15 \\ & x_1 , x_2 \ge 0 \end{aligned}$$

$\omega = -\varphi$ e $\varphi = -\omega$

max ω = max- φ = min φ

Il problema riformulato con le variabili di scarto s_1, s_2, s_3 è :

$$\begin{array}{llllll} \text{min} & \varphi = -40x_1 - 50\, x_2 - 100 & & \varphi + 40x_1 + 50\, x_2 = -100 & & \\ \text{s.a.} & 2\, x_1 \; + \; x_2 & + s_1 & & & = 12 \\ & -4\, x_1 \; + 5x_2 & & + s_2 & & = 20 \\ & x_1 \; + 3x_2 & & & + s_3 & = 15 \\ & x_1, x_2, s_1, s_2, s_3 \ge 0 & & & & \end{array}$$

trattandosi di un problema con vincoli funzionali di solo $\le$ (come in un problema di pianificazione della produzione) una soluzione di **base iniziale** è il punto di coordinate (0,0, 12,20,15), cioè l'origine del piano x_1 x_2.

Il Tableau T dei dati (iniziali) del problema, è una matrice così costituita

	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	φ	t. noti
	2	**1**	**1**	**0**	**0**	**0**	**12**
T =	**-4**	**5**	**0**	**1**	**0**	**0**	**20**
	1	**3**	**0**	**0**	**1**	**0**	**15**
f.ob.	**40**	**50**	**0**	**0**	**0**	**1**	**-100**

$\underline{x} = (x_1, x_2, s_1, s_2, s_3)$,

$-\underline{c}^T = (40, 50, 0, 0, 0)$,

$\underline{b} = (12, 20, 15)$

La base iniziale corrispondente alla soluzione di base $x^0 = (0,0,12,20,15)$ è data dalla seguente sottomatrice di F

$$B^0 \quad \begin{array}{ccc} s_1 & s_2 & s_3 \\ \end{array} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Le variabili scarto s_1, s_2, s_3 sono variabili di base, mentre le variabili strutturali x_1 e x_2 non sono di base.

Il valore della f.o. nella base corrente è nullo, il valore dei coefficienti di costo relativo è dato da $r^0 = (40, 50,0,0,0)$. Questo significa che la soluzione di base corrente non è ottimale e che entrambe le v.n.b. x_1 e x_2 sono candidate ad entrare in base, dal momento che i relativi coefficienti di costo relativo sono entrambi strettamente positivi.

Possiamo selezionare la variabile x_2 per l'introduzione nella base: dobbiamo applicare la generica iterazione dell'algoritmo del simplesso.

L'elemento pivot è 5 della seconda riga e modificando le righe si ha:

$\overline{r_2} = \frac{1}{5} r_2$	-4/5	1	0	1/5	0	0	4

$\overline{r_1} = r_1 - \overline{r_2}$	2	1	1	0	0	0	12
			0		0	0	-4
	14/5	0	1				

$\overline{r_3} = r_3 - 3\overline{r_2}$	1	3	0	0	1	0	15
				-3/5	0	0	-12
	17/5	0	0	-3/5	1	0	3

$\overline{r_0} = r_0 - 50\overline{r_2}$	40	50	0			1	-100
	40	-50	0			0	-200
	80	0	0	-10	0	1	-300

La funzione obiettivo diventa: $\varphi = -300 - 80x_1 + 10s_2$ e var.base ($s_1\ x_2\ s_3$)

Il tableau sarà :

	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	φ		
r_1	14/5				0	0	8	$x_1 = 0$ v.n.b.
r_2	-4/5				0	0	4	$x_2 = 4$ v..b.
r_3	17/5				1	0	3	$s_1 = 8$ v.b.
r_0	80	0	0	-10	0	1	-300	$s_2 = 0$ v.n.b.
								$s_3 = 3$ v. b.

La soluzione di base così determinata non è ancora quella ottimale, la v.n.b. x_1 è candidata ad entrare in base, dal momento che il relativo coefficiente di costo relativo è strettamente positivo.

L'elemento pivot nella colonna considerata x_1 è 17/5 appartenente alla 3^ riga.

Modificando le righe si ha:

$\overline{r_3} = \frac{5}{17} r_3$	1	0	0	- 3/17	5/17	0	15/17

$\overline{r_1} = r_1 - 14/5\overline{r_3}$	14/5	0	1		0	0	8
	-14/5	0	0		-14/17	0	-42/17
	0	0	1		-14/17	0	94/17

$\overline{r_2} = r_2 + 4/5\overline{r_3}$		1	0	1/5		0	4
		0	0	-12/85		0	12/17
		1	0	1/17		0	80/17

$\overline{r_0} = r_0 - 80\overline{r_3}$	0	0		-10		1	-300
	0	0		240/17		0	-1200/17
	0	0		70/17		1	-6300/17

La funzione obiettivo diventa: $\varphi = -6300/17 - 70/17 s_2 + 400/17 s_3$
e var.base (s_1, x_2, x_1)

Il tableau sarà :

	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	φ		
r_1	0	0	1		-14/17	0		x_1 =15/17 v.b.
r_2	0	1	0		4/17	0		x_2 =80/17 v.b.
r_3	1	0	0		5/17	0		s_1 = 94/17 v.b.
r_0	0	0	0		-400/17	1	-6300/17	s_2 = 0 v.n.b.
								s_3 = 0 v.n. b.

La soluzione di base così determinata non è ancora quella ottimale, giacchè il valore di un coefficiente di costo relativo è ancora positivo, la v.n.b. s_2 è candidata ad entrare in base, dal momento che il relativo coefficiente di costo relativo è strettamente positivo.

L'elemento pivot nella colonna considerata s_2 è 5/17 appartenente alla 1^ riga.

Modificando le righe si ha:

$\bar{r}_1 = \frac{17}{5} r_1$	0	0	17/5	1	- 14/5	0	94/5

$\bar{r}_2 = r_2 - 1/17 \bar{r}_1$	0	1		1/17	4/17	0	80/17
	0	0		-1/17	14/85	0	-94/85
	0	1		0	2/5	0	18/5

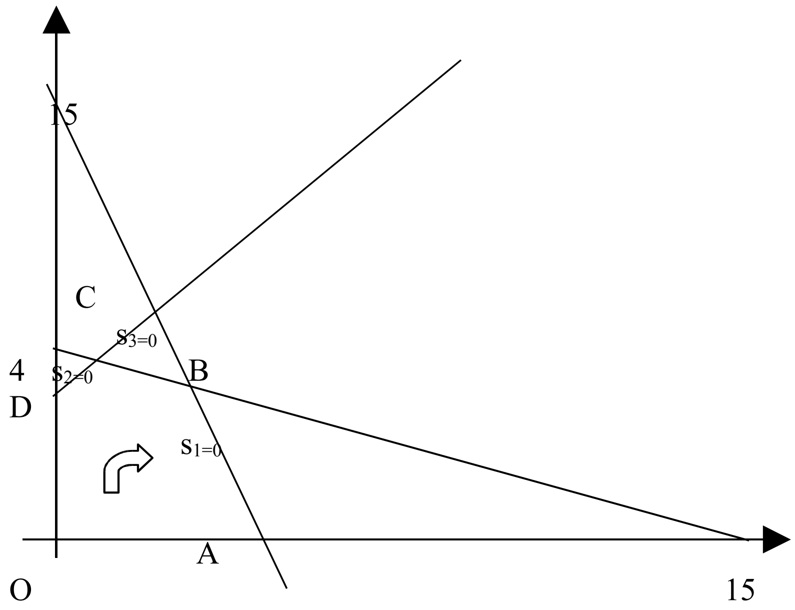
$\bar{r}_3 = r_3 + 3/17 \bar{r}_1$	1	0	0		5/17	0	15/17
	0	0	3/5		-42/85	0	282/85
	1	0	3/5		-1/5	0	21/5

$\bar{r}_0 = r_0 - 70/17 \bar{r}_1$	0	0	0	70/17		1	-6300/17
	0	0	-14	-70/17		0	-6580/85
	0	0	-14	0		1	-448

La funzione obiettivo diventa: $\varphi = -448 + 14 s_1 + 12 s_3$ e var. base (s_2, x_2, x_1)

Il tableau è:

	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	φ		
r_1	0	0	17/5	1	-14/5	0	94/5	x_1 =21/5 v.b.
r_2	0	1	-1/5	0	2/5	0	18/5	x_2 =18/5 v.b.
r_3	1	0	3/5	0	-1/5	0	21/5	s_1 = 0 v.n.b.
r_0	0	0	-14	0	-12	1	-448	s_2 = 94/5 v.b.
								s_3 = 0 v.n.b.



A(6,0)

B(21/5,18/5)

C(15/17, 80/17)

D(0,4)